Essai sur Nombres Premiers **J**umeaux

L'intention de cet essai n'est pas d'essayer de prouver que les nombres premiers jumeaux sont infinis. Nous aimerions simplement ajouter un autre moyen pour que d'autres intéressés par la théorie des nombres puissent aider à élucider ce mystère.

La conjecture de Polignac indique que chaque paire naturelle est égale à la différence de deux nombres premiers; mais cette conjecture, semble-t-il, n'a pas encore été prouvée. Cependant, nous notons qu'il existe une certaine corrélation de cette thèse avec les fondements de notre étude précédente, comme proposé dans **"Goldbach - Nouvelle Conjecture"**, qui a conduit à cette monographie sur les nombres premiers jumeaux.

Dans un premier temps, nous résumerons la proposition qui correspond à la conjecture de Goldbach, qui peut être examinée en détail sur http://www.apex.eti.br.

Tout naturel > 1 peut être représenté par la moyenne de deux nombres premiers p et q équidistants d'un n naturel, par un index entier k, tel que:

$\mathbf{n = (p + q) \div 2}$, avec

$\mathbf{p = n - k}$ et

$\mathbf{q = n + k}$.

Il y a symétrie impliquant **n** et les deux nombres premiers **p** et **q** avec amplitude

$3 \;\cdots\; \mathbf{n} \;\cdots\; 2 \times n - 3.$

Nous utiliserons ces concepts comme base pour l'étude que nous présenterons sur les nombres premiers jumeaux, les paires (g, h), avec

$| h - g | = 2.$

Nous avons donc, dans notre formulation, pour un k_g donné:

$g = (p_g + q_g) \div 2,$

$p_g = (g - k_g),$

$q_g = (g + k_g);$

Et pour un k_h donné:

$h = (p_h + q_h) \div 2,$

$p_h = (h - k_h),$

$q_h = (h + k_h).$

Voir les exemples ci-dessous pour quelques symétries avec la paire (71, 73).

Paire (g, h)	k	p	q
$g = 71$ $h = 73$	$k_g = 12$	$p_g = 59$	$q_g = 83$
	$k_h = 6$	$p_h = 67$	$q_h = 79$
	$k_g = 18$	$p_g = 53$	$q_g = 89$
	$k_h = 36$	$p_h = 37$	$q_h = 109$
	$k_g = 30$	$P_g = 41$	$q_g = 101$
	$k_h = 30$	$p_h = 43$	$q_h = 103$
	$k_g = 66$	$p_g = 5$	$q_g = 137$
	$k_h = 66$	$p_h = 7$	$q_h = 139$

Selon la conjecture, les deux symétries existent ─ individuellement, bien sûr ─ et donc, l'index k se comporte aléatoirement, comme on le voit dans les exemples avec

$k_g = 12$ et $k_h = 6$ ou

$k_g = 18$ et $k_h = 36$,

Sans connexion entre **g** et **h**.

Cependant, nous avons observé la possibilité de trouver dans chaque paire choisie pour le test, de nombreux cas où l'index **k** pourrait être unique, comme on le voit dans deux autres exemples, avec

$k_g = k_h = 30$ ou

$k_g = k_h = 66$,

Et il y a un lien entre **g** et **h**.

Cette condition — $\mathbf{k = k_g = k_h}$ — est la base de cette étude et nous sommes intéressés seulement quand et si cela peut se produire; dans cette situation, nous avons:

Pour n'importe quelle paire **(g, h)** nous pouvons faire

$(g - k) = p$,

$(g + k) = q$,

$(h - k) = p + 2$,

$(h + k) = q + 2$.

Nous aurons donc:

$\mathbf{g = (p + q) \div 2}$ et

$\mathbf{h = [\,(p + 2) + (q + 2)\,] \div 2.}$

Visant seulement ces solutions nous avons eu quelques succès avec plusieurs tests, ce qui nous a induit à la théorie qui suit et à distinguer les nombres premiers jumeaux où $\mathbf{k_g \neq k_h}$ et autres où $\mathbf{k_g = k_h}$ nous adoptons le concept suivant:

Premiers Jumeaux Identiques

Sont-ce ceux dans lesquels au moins un **k** satisfait simultanément une paire **(g, h)**.

Par conséquent, parmi les symétries des exemples précédents, seules les identités suivantes peuvent être considérées comme des **premiers jumeaux identiques**:

<table>
<tr><th>Paire (g, h)</th><th>k</th><th>p</th><th>q</th></tr>
<tr><td rowspan="4">$g = 71$
$h = 73$</td><td rowspan="2">30</td><td>$p_g = 41$</td><td>$q_g = 101$</td></tr>
<tr><td>$p_h = 43$</td><td>$q_h = 103$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">66</td><td>$p_g = 5$</td><td>$q_g = 137$</td></tr>
<tr><td>$p_h = 7$</td><td>$q_h = 139$</td></tr>
</table>

Dans les levés itératifs avec k, nous avons pu effectuer une symétrie de cette manière pour des nombres premiers jumeaux identiques de faible magnitude, et nous avons réalisé qu'il était possible de les obtenir plusieurs fois. Dans le *Tableau 1*, nous avons le résultat des premières paires.

Cependant, comme nous pouvons le voir dans le tableau, nous avons déjà commencé avec deux paires où nous ne pouvons pas obtenir de symétrie simultanée et, plus tard, nous nous arrêtons à la paire (197, 199), également dans la même situation; c'est-à-dire, il y a des cas impossibles si nous demandons **n > k**.

À ce stade, nous allons faire une pause dans notre étude des nombres premiers jumeaux.

Reprenons la conjecture originale en considérant ce qui se passerait si nous pouvions étendre la symétrie à des valeurs négatives, c'est-à-dire si nous pouvions rendre **k > n** possible.

Sans restriction pour **k**, on observe immédiatement une symétrie d'amplitude infinie.

De même, comme dans la conjecture initiale, les égalités sont maintenues:

$\mathbf{n = (p + q) \div 2}$, étant

$\mathbf{p = n - k}$ et

$\mathbf{q = n + k;}$

Où sont les premiers

$\mathbf{|\,p\,|}$ et $\mathbf{q}$.

Notez que tous les entiers peuvent maintenant être obtenus, en particulier:

n = 0 avec des nombres premiers, pour p + q = 0;

n = 1 avec n'importe quelle paire de premiers jumeaux;

n < 0 c'est une réflexion de **n > 0**.

Tableau 1			
Paires	**k**	**p_g | p_h**	**q_g | q_h**
3 5	impossible		
5 7	impossible		
11 13	6	5	17
		7	19
17 19	12	5	29
		7	31
29 31	12	17	41
		19	43
41 43	30	11	71
		13	73
59 61	42	17	101
		19	103
71 73	30	41	101
		43	103
101 103	90	11	191
		13	193
107 109	90	17	197
		19	199
137 139	132	5	269
		7	271
149 151	42	107	191
		109	193
179 181	168	11	347
		13	349
191 193	90	101	281
		103	283
197 199	impossible		

L'itération de recherche peut être obtenue comme suit:

Pour n pair:

$$k = 1, 3, 5, \cdots \infty.$$

Pour n impair:

$$k = 2, 4, 6, \cdots \infty.$$

Mais revenons à notre étude, quand nous avons des nombres **premiers jumeaux identiques**.

La proposition présuppose le lien entre les nombres premiers jumeaux **g** et **h**, quand et

$$\mathbf{k = k_g = k_h.}$$

E, sauf pour la paire (3, 5), nous avons que l'itération de k résume:

$$k = 6, 12, 18, \cdots \infty$$

Jusqu'à ce que les nombres premiers apparaissent simultanément:

$| p |$ e q;

$| p + 2 |$ e $q + 2$.

En résumé, nous avons:

$p_g = (g - k)$,

$q_g = (g + k)$,

$p_h = (g - k + 2)$ et

$q_h = (g + k + 2)$.

Sans restriction à k, nous verrons ces identités impossibles à notre table.

Paires	**k**	$\mathbf{p_g \mid p_h}$	$\mathbf{q_g \mid q_h}$
3	8	-5	11
5		-3	13
5	12	-7	17
7		-5	19
197	630	-433	827
199		-431	829

Intéressant; il est possible d'obtenir une symétrie.

En outre, parmi l'ensemble des 1048576 nombres premiers impairs nous avons:

3199 identités représentant les nombres premiers jumeaux identiques (5, 7);

1669 identités pour (197, 199).

Curieusement, même avec une amplitude infinie, il n'y a qu'une seule identité pour (3, 5), avec $k = 8$, et c'est un exercice pour le lecteur de démontrer le fait.

Suggestion: d'autres nombres premiers jumeaux sont de la forme ($6m - 1$, $6m + 1$) pour um certain naturel m et donc, $g \equiv 2 \pmod 3$ et $h \equiv 1 \pmod 3$.

Pour la symétrie des paires de nombres premiers jumeaux identiques, il faut qu'en général, il y ait plus d'une coïncidence pour **g** et **h** — isolément — et tel qu'à un certain point, pour des valeurs k identiques, il existe des nombres premiers équidistants.

Pour 12484 premières paires de nombres premiers jumeaux, et le même ensemble de nombres premiers déjà cité, nous avons trouvé plusieurs identités prévues, le plus petit nombre étant 1035 pour (1302017, 1302019) et la valeur la plus élevée était 9468 pour (180179, 180181).

Pour illustrer: parmi 2188 identités pour (41, 43) nous avons sélectionné quelques cas:

Paire	**k**	**p_g | p_h**	**q_g | q_h**
41 43	30	+ 11	71
		+ 13	73
	18000	− 17959	18041
		− 17957	18043
	1008000	− 1007959	1008041
		− 1007957	1008043
	2070000	− 2069959	2070041
		− 2069957	2070043
	2163000	− 2162959	2163041
		− 2162957	2163043
	3894000	− 3893959	3894041
		− 3893957	3894043
	4092000	− 4091959	4092041
		− 4091957	4092043
	5010000	− 5009959	5010041
		− 5009957	5010043

Il semble donc qu'étant une amplitude infinie, avec des nombres premiers infinis, il est impossible de déterminer pour chaque paire choisie combien de représentations aboutissent à des nombres premiers jumeaux identiques, en excluant, comme déjà mentionné, la paire (3, 5) avec une identité unique.

Reste cependant une question ouverte: tous les nombres premiers jumeaux peuvent-ils être identifiés comme identiques? Autrement dit: les ensembles sont-ils égaux?

Puis, réitérant, si

(g, h) sont des nombres premiers identiques, nous avons:

$g = (p + q) \div 2,$

$h = [(p + 2) + (q + 2)] \div 2$

Et en conséquence, sont également des nombres premiers jumeaux les paires:

(p, p + 2) et

(q, q + 2).

Donc, dans ces conditions, chaque paire de nombres premiers jumeaux identiques conduit à d'autres nombres premiers jumeaux, mais pas nécessairement identiques!

Mais, en explorant la question précédente:

- ❖ Si nous pouvions garantir que tous les nombres premiers jumeaux sont également identiques

et

- ❖ S'il y avait une dernière paire de nombres premiers jumeaux identiques **(g_u, h_u)**.

Cela signifierait que la dernière paire de nombres premiers jumeaux identiques se rapporterait à une autre paire de nombres premiers jumeaux identiques de magnitude plus élevée, ce qui serait une incongruité.

Conclusion: s'il en était ainsi, les nombres premiers jumeaux seraient infinis.

P.S. Une dernière question:

Puisque les nombres premiers jumeaux sont le cas particulier de la conjecture de Polignac, serait-il possible d'étendre cette nouvelle hypothèse?

Je le crois!

Ivan Gondim Leichsenring
Apex Algoritmos [www.apex.eti.br]
ivan@ apex.eti.br
Barueri, São Paulo, Brasil.

Si vous pouvez aider à rendre ce texte plus lisible, je vous remercie.